

Introdução a Computação Quântica

Rian Gonçalves Ricardo

Instituto de Física
Universidade Federal de Catalão

Overview do seminário

1 Introdução

2 Fundamentação Teórica

Computação quântica é uma área da ciência da computação que estuda e desenvolve computadores baseados nos princípios da mecânica quântica, em vez da computação clássica que usamos hoje. Ela explora propriedades quânticas como **superposição**, **entrelaçamento** e **interferência** para processar informações de maneiras que computadores clássicos não conseguem.

Característica	Clássica	Quântica
Unidade básica	Bit (0 ou 1)	Qubit (0, 1 ou superposição)
Processamento	Sequencial	Paralelo quântico
Informação	Determinística	Probabilística
Correlação	Bits independentes	Entrelaçamento quântico
Velocidade	Limitada	Mais rápida
Exemplos	PCs, smartphones	Simulação, fatoração, ...

Exemplo de 3 bits:

- **Clássico (Sequencial):** O computador verifica uma possibilidade por vez (000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111).
- **Quântico (Superposição):** Representa 3 Qubits em superposição, representando as 8 possibilidades ao mesmo tempo:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{8}}(|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle + |100\rangle + |101\rangle + |110\rangle + |111\rangle)$$

Bits & Qubits

Bit Clássico:

- Bit é a menor unidade de informação em uma teoria da informação clássica $\{0,1\}$, $\{\text{sim}, \text{não}\}$, $\{\text{verdadeiro}, \text{falso}\}$ ou $\{\text{ligado}, \text{desligado}\}$.
- Computadores são projetados com instruções para manipular e armazenar múltiplos bits (bytes = 8bits)

Qubit:

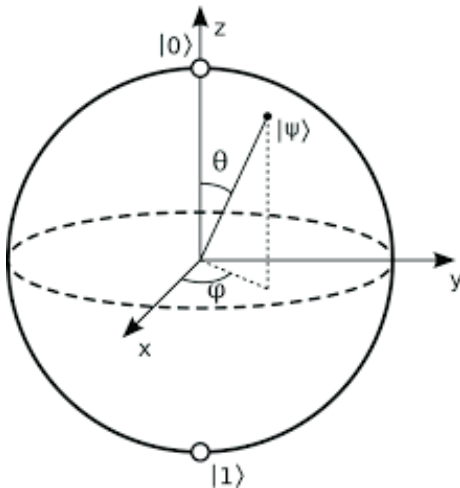
- São representados como uma combinação linear da base ortonormal de um sistema quântico de dois níveis $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, chamada de base computacional:

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

logo a representação de um Qubit no Espaço de Hilbert é,

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle, \text{ onde } |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (1)$$

Figura: Esfera de Bloch



Rescrevendo α e β em função de θ e ϕ , obtemos

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle \quad (2)$$

desta maneira o par $\{\theta, \phi\}$ define um ponto em uma esfera de raio unitário.

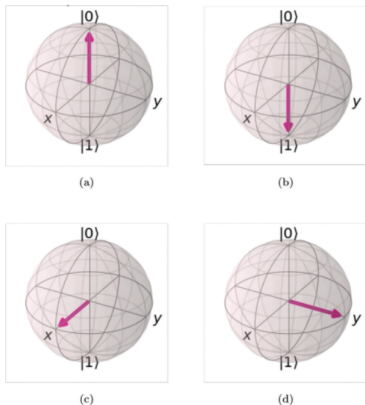


Figura: Ao escolher diferentes valores para os ângulos θ e ϕ , obtemos as seguintes representações na esfera de Bloch: (a) $|\psi\rangle = |0\rangle$, com $\theta = 0^\circ$; (b) $|\psi\rangle = |1\rangle$, com $\theta = 180^\circ$; (c) $|\psi\rangle = |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, com $\theta = 90^\circ$ e $\phi = 0^\circ$; (d) $|\psi\rangle = |+i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$, com $\theta = 90^\circ$ e $\phi = 90^\circ$.

- As portas lógicas são os blocos fundamentais dos circuitos digitais. Elas realizam operações lógicas com sinais binários (0 e 1), determinando o funcionamento de processadores, memórias e outros dispositivos.

Porta Lógica XOR

- Consiste em fornecer a saída 1 **exclusivamente** quando as variáveis de entrada são diferentes entre si, daí a origem do nome “OU exclusivo”.

Tabela: Tabela verdade da porta XOR

A	B	Saída ($A \oplus B$)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Porta Lógica NOT

- A porta lógica NOT é a mais simples das portas lógicas: ela inverte o valor de entrada.

Entrada (A)	Saída ($\neg A$)
0	1
1	0

Portas Lógicas Quânticas

As portas Lógicas Quânticas são descritas por operadores unitários \hat{U} que obedecem a relação $\hat{U}^\dagger \hat{U} = \mathbb{I}$.

Portas de 1 Qubit

Portas de Pauli correspondentes as matrizes de Pauli:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Consideremos o estado descrito na Equação [2], a atuação dessas portas nesse estado é,

$$X |\psi\rangle = \alpha |1\rangle + \beta |0\rangle \quad (6)$$

$$Y |\psi\rangle = i\alpha |1\rangle - i\beta |0\rangle \quad (7)$$

$$Z |\psi\rangle = \alpha |0\rangle - \beta |1\rangle \quad (8)$$

podemos perceber que as Portas de Pauli correspondem a uma rotação de $\pi \text{ rad}$ na esfera de Bloch correspondente à direção a porta.

Porta NOT (X)

Vamos verificar a atuação da porta X nos estados de base $\{|0\rangle, |1\rangle\}$,

$$X |\psi\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (9)$$

a aplicação da porta X corresponde ao inverso lógico, uma vez que nega o valor do bit de entrada. Isso pode ser interpretado como análogo quântico a porta **NOT** clássica.